第 2 次作业（参考答案）

1. 某学生寝室设计了一个智能灯控制保护逻辑。只有当输出信号$Y=1$时，灯才会亮。其逻辑由光感信号A（$A=1$表示暗）、人体感应B（$B=1$表示有人）和强制开关C控制。最初设计的逻辑表达式如下：

$$Y=\overline{\overline{A\cdot B}+\overline{C}}+A\cdot B\cdot\overline{C}$$

(1) 请利用反演定理去掉式中的长划线并展开；

(2) 利用逻辑代数公式化简Y为最简“与-或”表达式；

(3) 根据化简结果，请用文字描述这个灯在什么条件下会亮？

解：（1）根据摩根定律（反演定理）：

$$\begin{aligned}Y&=\overline{\overline{A\cdot B}+\overline{C}}+AB\overline{C}\\&=\overline{\overline{AB}}\cdot\overline{\overline{C}}+AB\overline{C}\\&=ABC+AB\overline{C}\end{aligned}$$

（2）公式化简：$Y=AB(C+\overline{C})=AB$。

（3）逻辑含义：只有当“天黑（$A=1$）”且“有人（$B=1$）”时，灯才会亮。

2. 某工厂包装线上有三个检测点A、B、C监测包装箱的三个参数（重量、尺寸、封口）。当其中两个或两个以上参数合格（逻辑 1）时，输出信号$Y=1$表示该包装箱合格进入下一环节。

(1) 请列出该逻辑要求的真值表；

(2) 根据真值表写出输出Y的最小项表达式（即$\sum m(\ )$形式）；

(3) 请画出该逻辑函数的卡诺图，并利用卡诺图将其化简为最简“与-或”表达式；

(4) 请画出化简后的逻辑电路图。

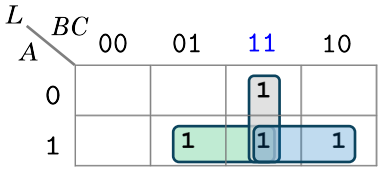
(5) 请对第 3 问的逻辑表达式作变换，并仅使用“与非门”重画逻辑电路图。

解：（1）真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

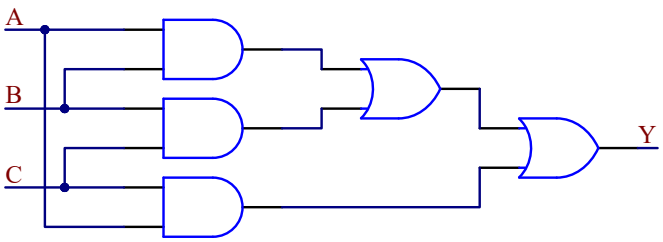
（2）最小项表达式：$Y=\sum m(3,5,6,7)$。

（3）画出卡诺图：

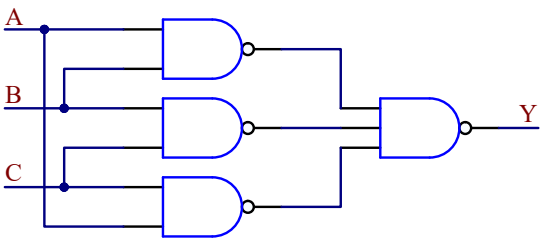


圈选相邻项可得：$Y = AB + BC + AC$。

（4）逻辑电路图如下（下图最后两个 2 输入或门改为一个 3 输入或门也可以）：



（5）利用还原律和反演律：$Y = \overline{AB + BC + AC} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AC}$，仅用与非门实现的逻辑电路图如下：



3. 一个温控系统通过四位二进制码 $ABCD$（表示0～15度）来控制加热器 Y。逻辑要求：当温度在0～8度时，加热器必须开启（$Y=1$）；当温度在9～11度时，加热器关闭（$Y=0$）。由于传感器限制，温度永远不会超过 11 度（即12～15度为无关项）。

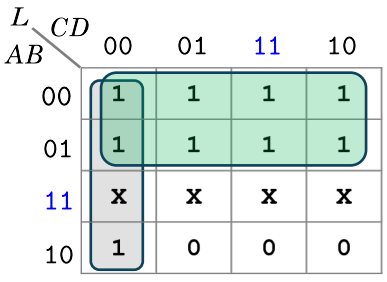
(1) 画出该逻辑函数的卡诺图，并标注出约束项（无关项）；

(2) 利用卡诺图化简，求出 Y 的最简“与-或”表达式（要求充分利用无关项）；

(3) 如果不利用无关项进行化简，对比结果看逻辑电路会变得多么复杂？

(4) 请画出化简后的逻辑电路图。

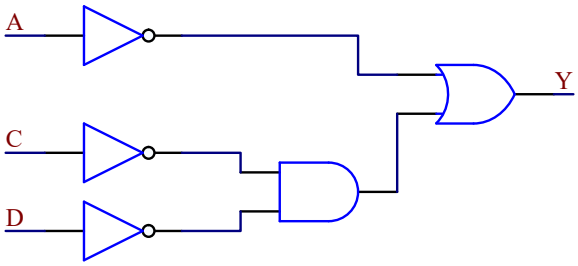
解：（1）画出卡诺图，其中无关项用 X 表示：



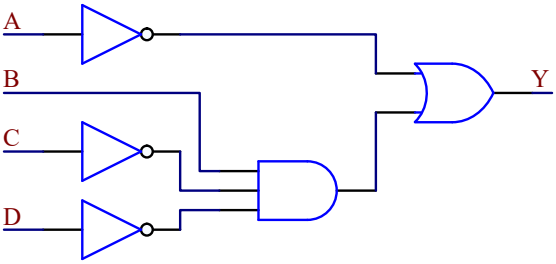
（2）圈选相邻项化简可得：$Y=\overline{A}+\overline{C}\,\overline{D}$。

（3）如果不利用无关项化简的结果为：$Y=\overline{A}+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$。对比逻辑函数表达式可知，如果不利用无关项化简，其中的一个 2 输入与门需要替换为 3 输入与门（或者 2 个 2 输入与门），且需要额外的信号线。

（4）化简后的逻辑电路图如下：



使用无关项化简的逻辑电路图



不使用无关项化简的逻辑电路图